

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ВЫНУЖДЕННЫХ ДЛИННОВОЛНОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ СМЕЖНЫХ БУХТ

С.В. Довгая, Ю.В. Манилюк, В.В. Фомин

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь
v.fomin@mhi-ras.ru, dovgayasvetlana0309@yandex.ru,
uvmsev@yandex.ru

Аннотация. С использованием численной гидродинамической модели *FUNWAVE* (*Fully Nonlinear WAVE model*), которая основана на решении волновой модели Буссинеска, воспроизводилась динамика вод в системе двух смежных бухт. Численные эксперименты проводились для бассейна с параметрами, которые соответствуют размерам лабораторной экспериментальной установки. Рассмотрено три варианта задания размеров двух смежных бухт: равные бухты; одна из двух бухт в два раза короче другой; одна из двух бухт в два раза уже другой. На твердой границе области применялось условие непротекания, на жидкой границе – условие губчатого фрикционного слоя.

Выявлено, что при набегании монохроматической волны на систему двух смежных равных бухт отклонения уровня в симметричных точках одинаковы. Если длина одной из бухт в два раза меньше, то амплитуды колебаний в большей бухте превышают аналогичные амплитуды в меньшей бухте в 3–11 раз. Если в системе двух смежных бухт ширина одной из них в два раза меньше другой, амплитуды колебаний в широкой бухте будут больше в 1,4–1,9 раза, чем в узкой.

Из указанных численных экспериментов с неодинаковыми бухтами можно заключить, что между ними происходит своего рода обмен импульсом через часть воды, протекающей через вход каждой бухты.

Ключевые слова: волновая модель Буссинеска, численная модель *FUNWAVE*, смежные бухты, отклонение уровня.

При изучении динамики вод у морских берегов представляют интерес колебания в системах бухт, расположенных на небольшом расстоянии друг от друга [1]. Так, в двух соседних бухтах Коазиро (Коазиро) и Мороисо (Moroiso), находящихся на полуострове Миура (Miura) в устье Токийского залива, наблюдаются сейши, в амплитудах колебаний которых проявляются биения, возникающие в результате сложения колебаний. В работе [2] на основе аналитического решения уравнения Лагранжа приводится теоретическое объяснение этого явления. При этом рассматриваются две смежные прямоугольные бухты одинаковых форм, размеров и глубин. Предполагается, что между двумя бухтами происходит связь через часть воды, протекающей через вход каждой бухты. В статье [3] для подтверждения этой теории приводится описание лабораторных экспериментов, которые были проведены на базе созданной гидравлической установки. Представляет интерес с помощью численного моделирования воспроизвести динамику вод в бухтах, представленных по этой установке. В настоящей работе исполь-

зовалась численная гидродинамическая модель *Fully Nonlinear WAVE model* (*FUNWAVE*) [4–6], которая основана на решении нелинейных уравнений Буссинеска [7]. Подробное описание численного алгоритма решения этих уравнений приведено в работах [8–11].

Результаты численных расчетов. Численные эксперименты были проведены для бассейнов с параметрами, которые соответствуют форме и размерам лабораторной экспериментальной установки, описанной в работе [3]. Так, на рисунке 1 представлено схематическое изображение области, на которой производились расчеты. На этом рисунке: d – расстояние между бухтами; l_1 и l_2 – длины соответственно бухт **A** и **B**; b_1 и b_2 – ширины этих бухт. Осуществлено три серии численных расчетов, в которых варьировались размеры бухты **B** (рис. 2). На рисунках и по тексту номера контрольных точек представляются арабскими цифрами, номера экспериментов – латинскими:

– для **эксперимента I** задавались такие значения параметров: $l_1 = l_2 = 51,2$ см, $b_1 = b_2 = 15$ см (рис. 2а), $d = 5$ см;

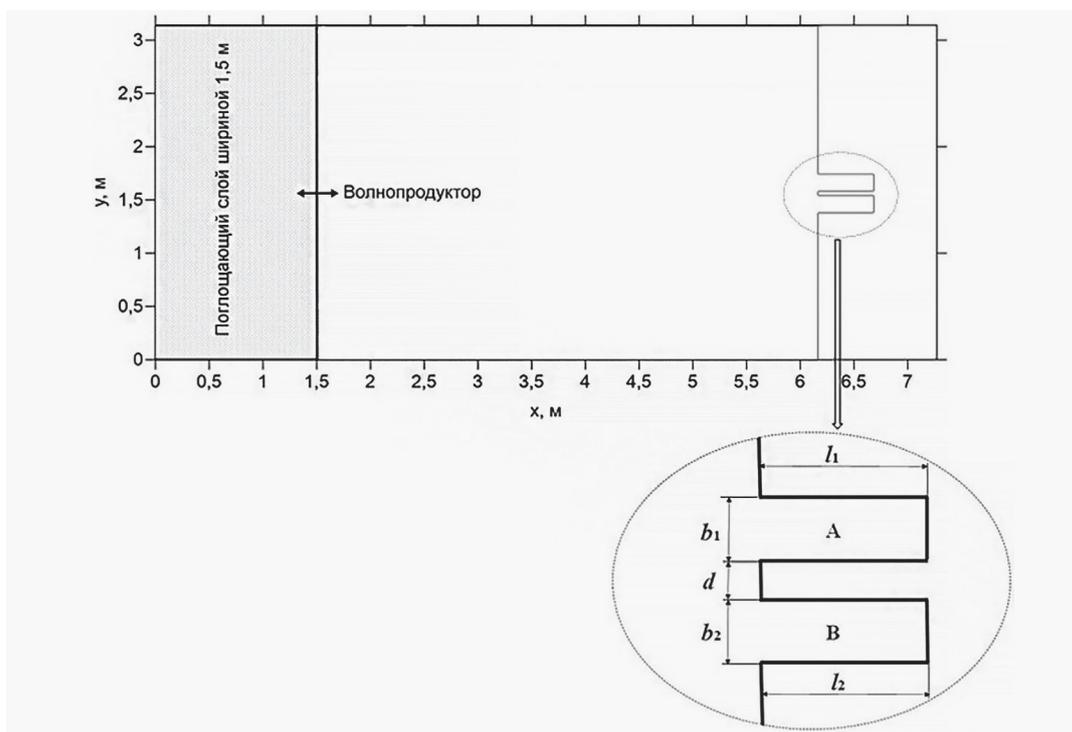


Рис. 1. Схема расчетной области (А и В – рассматриваемые бухты)

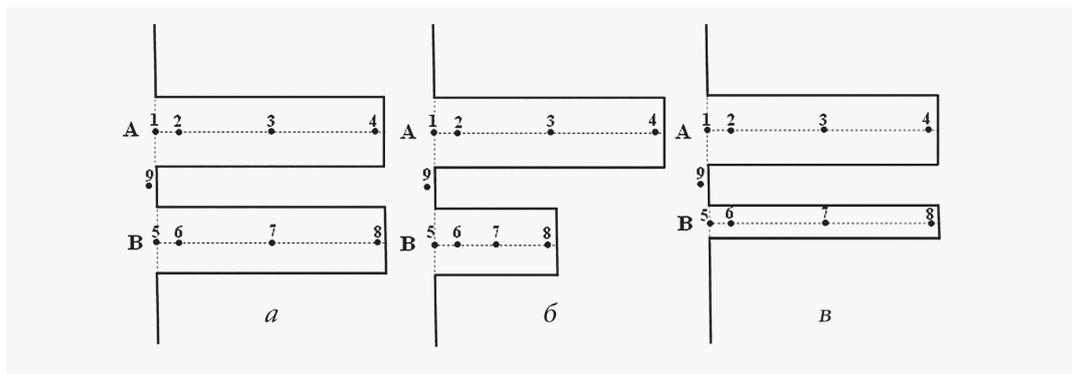


Рис. 2. Профили смежных бухт и расположение контрольных точек для численных экспериментов I (а), II(б) и III(в)

– для **эксперимента II** – $l_1 = 51,2$ см, $l_2 = 25,6$ см, $b_1 = b_2 = 15$ см (рис. 2б); $d = 5$ см;

– для **эксперимента III** – $l_1 = l_2 = 51,2$ см, $b_1 = 15$ см, $b_2 = 7,5$ см, $d = 5$ см (рис. 2в).

Глубина бассейна была постоянной и составляла 8,7 см. Шаг интегрирования модели по времени (Δt) равнялся 0,02 с, по пространству – $\Delta x = \Delta y = 1$ см, расчетная область состояла из 726×312 ячеек. Возмущение представляло собой последовательность набегающих монохроматических волн, перпендикулярных входам в бухты, и амплитуды которых равнялись 0,87 см, периоды – 2,67 с. В работе [3] указывается, что такое значение пе-

риода соответствует собственному периоду бухты А. Время интегрирования модели составило 120 с. На всех твердых границах бассейна (рис. 1) использовалось условие непротекания, на жидкой границе дополнительно вводился поглощающий (губчатый) слой.

В результате расчетов в местах расположения виртуальных мареографов (контрольных точек), (см. рис. 2), получены зависимости отклонения уровня (η) от времени (t). Так, на рисунке 3 представлены η для численного эксперимента I в местах размещения мареографов 1, 2, 4.

На начальном этапе на входе в бухту **A** (точка **1**) и до ее вершины (точка **4**) происходит опускание уровня, которое сменяется повышением, и далее уровень бухты совершает синфазные (между данными точками) колебания в соответствии с периодом набегающей волны. Наибольшие подъем и опускание уровня воды наблюдаются в вершине бухты и составляют по абсолютной величине 5 см. Наименьшие значения амплитуд колебаний уровня (0,5 см) достигаются на входе в бухту. Колебательный процесс выходит на установившийся режим после 100 с интегрирования. Поведение мареограмм в точках **5**, **6**, **8** бухты **B** подобно поведению аналогичных мареограмм в местах расположения соответствующих контрольных точек **1**, **2**, **4** в бухте **A**. В точках **3** и **7** графики отклонения уровня качественно соответствуют аналогичным графикам в точке **2**, в точке **9** $\eta(t)$ качественно и количественно соответствует $\eta(t)$ в точках **1** и **5**.

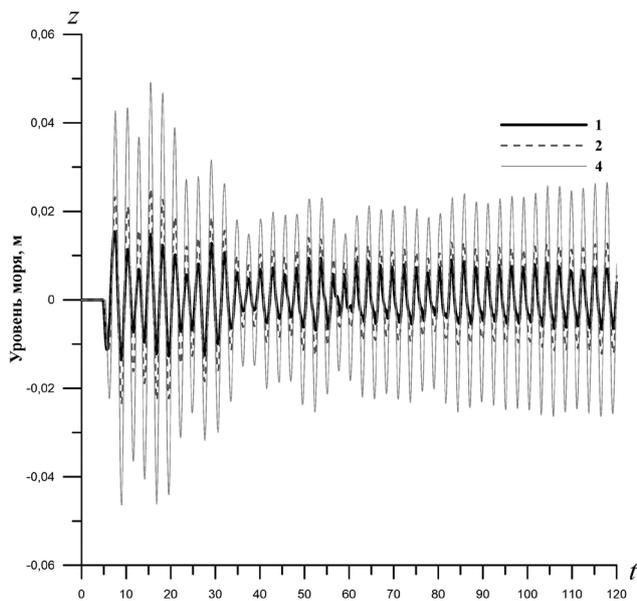


Рис. 3. Колебания уровня воды в точках **1**, **2**, **4** (бухта **A**) для численного эксперимента **I**

На рисунке 4 представлены η для эксперимента **II**, который проводился при задании длины бухты **B** в два раза меньше длины бухты **A** при прочих одинаковых значениях параметров. Мареограммы в местах расположения контрольных точек **1**, **2**, **4** бухты **A** приводятся на рисунке 4а (в точке **3** поведение η качественно подобно поведению η в точке **2**), в контрольных точках **5**

и **8** бухты **B** мареограммы изображены на рисунке 4б (в точках **6**, **7**, **9** графики η мало отличаются от графика в точке **5**). Сравнивая соответствующие кривые на рисунках 3 и 4а, можно отметить, что уменьшение длины бухты **B** существенно повлияло на амплитуды колебаний в бухте **A**: они увеличились. Увеличение произошло во всех контрольных точках, и в зависимости от их расположения оно составило 1,5–1,9 раз, по сравнению со случаем равных бухт (эксперимент **I**). Из рисунков 4а и 4б видно, что в меньшей бухте **B** амплитуды колебаний уровня в 3–11 раз меньше соответствующих амплитуд колебаний в более протяженной смежной бухте **A** (рис. 4а, б).

Можно сделать вывод, что в системе связанных бухт равной ширины, но различной длины, в большей бухте амплитуды колебаний уровня выше, чем в меньшей. Из этого можно заключить, что происходит своего рода обмен импульсом вод, протекающих через устья бухт **A** и **B**, что приводит к увеличению амплитуд колебаний в бухте **A**.

Для численного эксперимента **III**, который проводился при уменьшенной в два раза ширине бухты **B**, по сравнению с шириной бухты **A**, зависимости амплитуд колебаний уровня от времени представлены на рисунках 5а, б. Расположение контрольных точек для этого случая изображено на рисунке 2в. Из сопоставления хода уровня в соответствующих контрольных точках для численных экспериментов **I** и **III** (рис. 3, 5а), видно, что амплитуды отклонений уровня в бухте **A** в случае, когда бухта **B** уже ее в два раза, больше чем в случае равных бухт. Превышение составляет 1,1–1,25 раза. Отклонение уровня в более узкой бухте **B** в 1,4–1,9 раза меньше отклонения уровня в бухте **A** для соответствующих контрольных точек численного эксперимента **III** (рис. 5а, б).

С использованием численной гидродинамической модели *FUNWAVE* проведена серия расчетов по моделированию гидрофизических процессов в системе смежных бухт. Численные эксперименты проводились для бассейнов с параметрами, которые соответствуют размерам экспериментальной лабораторной установки. Рассматривались три варианта задания размеров двух смежных бухт: одинаковые бухты; одна из двух бухт в два раза короче другой; одна из двух бухт в два раза уже другой.

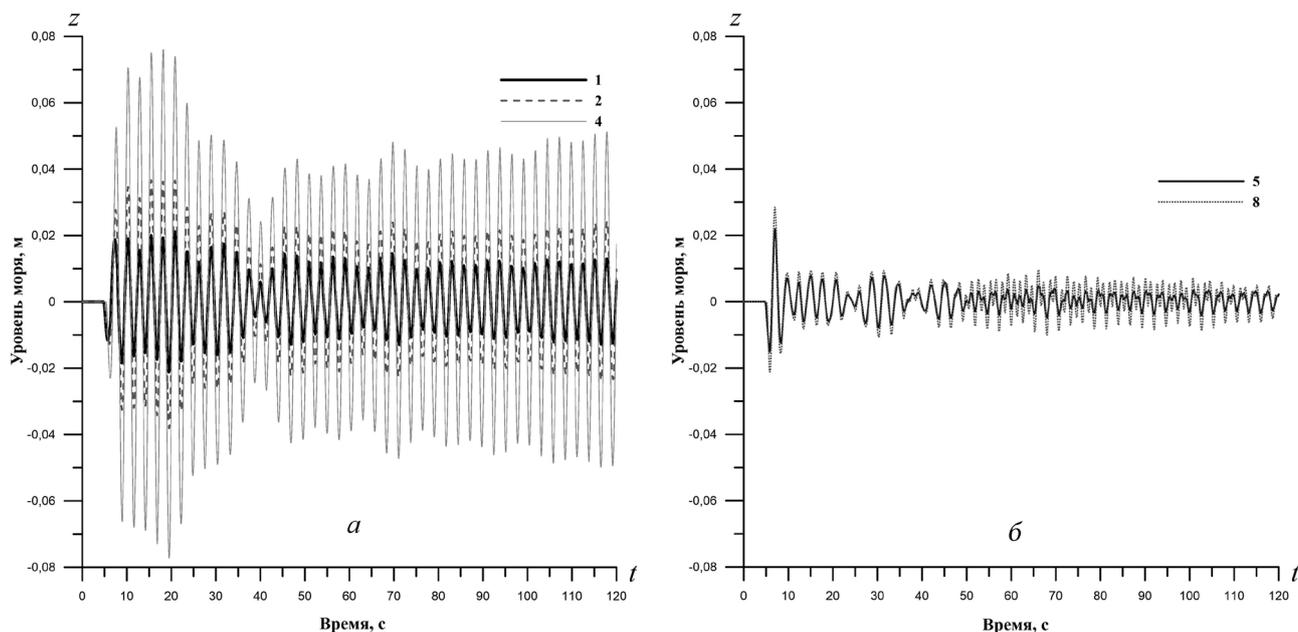


Рис. 4. Колебания уровня воды в точках 1, 2, 4 (бухта А) (а) и 5, 8 (бухта В) (б) для численного эксперимента II

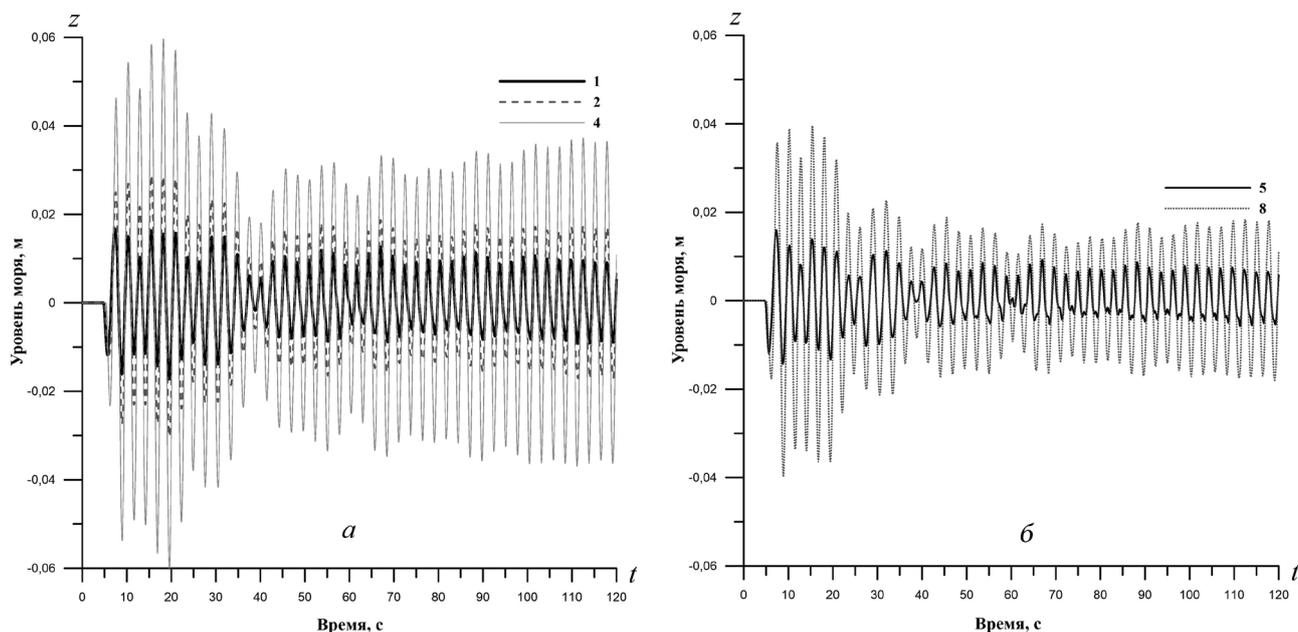


Рис. 5. Колебания уровня воды в точках 1, 2, 4 (бухта А) (а) и 5, 8 (бухта В) (б) для численного эксперимента III

Установлено, что при набегании монохроматической волны на систему двух смежных равных бухт отклонение уровня в симметричных контрольных точках обеих бухт одинаковы. Если длина одной из бухт в два раза меньше, то амплитуды колебаний в большей бухте превышают аналогичные значения в меньшей в 3–11 раз. При наличии

в системе двух смежных бухт одной бухты, которая в два раза уже другой, амплитуды колебаний в широкой бухте больше в 1,4–1,9 раза. Из проведенных численных экспериментов с неравными бухтами можно заключить, что между ними происходит обмен импульсом посредством части воды, протекающей через вход каждой бухты.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0005 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей» (шифр «Прибрежные исследования»).

Список литературы

1. Manilyuk Yu.V., Lazorenko D.I., Fomin V.V. Resonance Oscillations in the System of Adjacent Bays // *Physical Oceanography*. 2019. Vol. 26. No. 5. P. 374–386. DOI: 10.22449/1573-160X-2019-5-374-386 (дата обращения: 17.08.2024).
2. Nakano M. Die Seiches in gekoppeltes System formenden Buchten // *Geophys. Mag.* 1932. Vol. 5. P. 163–170.
3. Nakano M., Fujimoto N. Seiches in Bays Forming a Coupled System // *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. 1987. Vol. 43. P. 124–134. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02111888>(дата обращения: 17.08.2024).
4. FUNWAVE Documentation. URL: <https://fengyanshi.github.io/build/html/basics.html> (дата обращения: 25.07.2024).
5. Kennedy A.B., Chen Q., Kirby J.T., Robert A. Dalrymple R.A. Boussinesq Modeling Of Wave Transformation, Breaking And Runup. I: One Dimension // *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 2000. Vol. 126. No. 1. P. 39–47. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-950X(2000)126:1 (39).
6. Shi F., Kirby J.T., Harris J.C., Geiman J.D., Grilli S.T. A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation // *Ocean Modelling*. 2012. Vol. 43–44. P. 36–51. DOI: 10.1016/j.ocemod.2011.12.004.
7. Chen Q. Fully nonlinear Boussinesq-type equations for waves and currents over porous beds // *J. Eng. Mech.* 2006. Vol. 132. P. 220–230. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:2(2020).
8. Kennedy A.B., Kirby J.T., Chen Q., Dalrymple R.A. Boussinesq-type equations with improved nonlinear performance / *Wave Motion*. 2001. Vol. 33. No. 3. P. 225–243. DOI: 10.1016/S0165-2125(00)00071-8.
9. Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction / 3rd ed. N.Y.: Springer, 2009. DOI: 10.1007/b79761.
10. Tonelli M., Petti M. Hybrid finite volume-finite difference scheme for 2DH improved Boussinesq equations // *Coastal Eng.* 2009. Vol. 56. No. 5. P. 609–620. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2009.01.001.
11. Gotlieb S., Shu C.-W., Amdemore E. Strong stability-preserving high-order time discretization methods // *SIAM Rev.* 2001. Vol. 43. No. 1. P. 89–112.

NUMERICAL EXPERIMENTS ON MODELING FORCED LONG-WAVE OSCILLATIONS IN SYSTEM OF ADJACENT BAYS

S.V. Dovgaya, Yu.V. Manilyuk, V.V. Fomin

Marine Hydrophysical Institute, Sevastopol

v.fomin@mhi-ras.ru,
dovgayasvetlana0309@yandex.ru,
uvmsev@yandex.ru

Abstract. The dynamics of water in a system of two adjacent bays was produced using the numerical hydrodynamic model *FUNWAVE* (*Fully Nonlinear WAVE model*), which is based on the solution of the Boussinesq wave model. Numerical experiments were carried out for a basin with parameters that correspond to the dimensions of the laboratory experimental structure (Nakano M., Fujimoto N., 1987). Three variants of setting the sizes of two adjacent bays are considered: equal bays; one of the two bays is twice as short as the other; one of the two bays is twice as narrow as the other. The condition of non-flowing was applied on the solid boundary of the region, and the condition of a spongy friction layer was applied on the liquid boundary. It was found that when a monochromatic wave come in the system of two adjacent equal bays, the level deviations at symmetrical points are the same. If the length of one of the bays is two times less, then the oscillation amplitudes in the larger bay exceed those in the smaller bay by 3–11 times. If in the system of two adjacent bays there is a bay the width of which is half the width of the other, then amplitude of oscillations in the wide bay is 1,4–1,9 times greater than in the narrow bay. From these numerical experiments with different bays, we can conclude that there is a kind of momentum exchange between them through part of the water flowing through the mouth of each bay.

Keywords: Boussinesq wave model, numerical model *FUNWAVE*, adjacent bays, level deviation.

References

1. Manilyuk Yu.V., Lazorenko D.I., Fomin V.V. 2019. Resonance Oscillations in the System of Adjacent Bays. *Physical Oceanography*. 26(5): 374–386. DOI: 10.22449/1573-160X-2019-5-374-386
2. Nakano M. 1932. Die Seiches in gekoppeltes System formenden Buchten. *Geophys. Mag.* 5: 163–170.
3. Nakano M., Fujimoto N. 1987. Seiches in Bays Forming a Coupled System. *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. 43: 124–134. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02111888>.
4. FUNWAVE-TVD (USACE Version of Documentation). URL: <https://fengyanshi.github.io/build/html/basics.html>
5. Kennedy A.B., Chen Q., Kirby J.T., Robert A. Dalrymple R.A. 2000. Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking And Runup. I: One Dimension. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 126 (1): 39–47. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-950X(2000)126:1(39).
6. Shi F., Kirby J.T., Harris J.C., Geiman J.D., Grilli S.T. 2012. A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation. *Ocean Modelling*. 43–44: 36–51. DOI: 10.1016/j.ocemod.2011.12.004.
7. Chen Q. 2006. Fully nonlinear Boussinesq-type equations for waves and currents over porous beds. *J. Eng. Mech.* 132: 220–230. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:2(2020).
8. Kennedy A.B., Kirby J.T., Chen Q., Dalrymple R.A. 2001. Boussinesq-type equations with improved nonlinear performance. *Wave Motion*. 33(3): 225–243. DOI: 10.1016/S0165-2125(00)00071-8.
9. Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*; 3rd ed. Springer, New York. DOI: 10.1007/b79761.
10. Tonelli M., Petti M. 2009. Hybrid finite volume-finite difference scheme for 2DH improved Boussinesq equations. *Coastal Eng.* 56(5): 609–620. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2009.01.001.
11. Gottlieb S., Shu C.-W., Ardmore E. 2001. Strong stability-preserving high-order time discretization methods. *SIAM Rev.* 43(1): 89–112.