

ПЕРСПЕКТИВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОТРЕБЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА SINDy

М.А. Решитко, А.Б. Усов

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
reshitko@sfedu.ru, abusov@sfedu.ru

Аннотация. В работе на примере Ростовской области рассматривается задача управления потреблением воды регионом. Ростовская область характеризуется низкой водообеспеченностью на душу населения, а также находится в зоне недостаточного увлажнения, в которой за год воды испаряется больше, чем выпадает осадков. Такое положение области делает ее зависимой от притока воды из соседних регионов, главным образом за счет стока рек. Ввиду данной зависимости, а также общемировой тенденции к уменьшению объема чистой воды, исследуются методы уменьшения потребления воды регионом. В частности, в предыдущих работах рассматривались двухуровневые модели с административным и экономическим влиянием государства на потребление воды в регионах в качестве управления супервайзера. Данные модели возможно использовать для различных регионов, благодаря наличию в моделях свободных коэффициентов, которые определяются из реальных данных в процессе идентификации модели. Такой подход предполагает, что вид моделей задается автором на основе глубокого анализа реальных данных, а также общепринятых практик построения моделей в данной области.

В работе для построения модели потребления водных ресурсов регионом используется альтернативный способ построения моделей на основе алгоритма SINDy. Данный алгоритм позволяет получить аналитический вид исследуемой динамической системы на только основе данных о ее поведении. Для этого выбирается набор базовых функций, комбинации которых используются для построения уравнений динамики результирующей системы. В работе алгоритм SINDy используется для построения модели на основе данных по Ростовской области, приведен вид полученной модели, а также примеры расчетов.

Ключевые слова: управление потреблением воды, эколого-экономическое моделирование.

Введение. Доступность чистой воды является одной из все более актуальных проблем человечества. Водные ресурсы активно используются в сельском хозяйстве, промышленности и повседневной жизни. При этом доступность воды как ресурса зависит от климата и географии данного региона. Для того, чтобы обеспечить доступность чистой воды в необходимом количестве, в отдельных регионах поддерживаются комплексы водохранилищ и каналов для равномерной подачи воды, что ведет к дополнительным издержкам.

Если говорить о доступности воды в регионах России, то важным показателем здесь является удельная водообеспеченность [1] под которой понимают объем водных ресурсов, приходящийся на человека. Сегодня в регионах с низкой и очень низкой водообеспеченностью проживает более 35 % населения России. По этой причине важным вопросом является возможность сокращения потребления водных ресурсов в регионах с водным дефицитом (в основном это регионы юго-запад-

ной части России). Это возможно в рамках увеличения объема повторно используемой воды, совершенствование производства для уменьшения объемов используемой воды, развитие экономики замкнутого цикла [2].

Данная работа является продолжением статей [3; 4] и освещает возможные подходы к моделированию потребления водных ресурсов. Классические исследования в области моделирования предполагают некоторый заданный аналитический вид модели. Он, как правило, является развитием существующей модели, широко известной в литературе, либо комбинирует элементы известных моделей. Такой подход требует серьезного обоснования на основе экспериментов и данных. Похожим способом построены работы [3] и [4], где на основе используемых видов регулирования потребления воды предприятиями, производственной функции с водными ресурсами как факторами производства, а также представлений о структурах многоуровневых динамических систем в экономике и экологии строятся модели конт-

роля потребления водных ресурсов предприятиями.

В данной работе для моделирования потребления воды предприятиями в Ростовской области используется альтернативный подход к созданию моделей, основанный целиком на собранных данных. Метод носит название SINDy, или “Sparse Identification of Nonlinear Dynamics” [5]. Данный метод используется в работе для создания модели на основе реальных данных по Ростовской области. Полученная модель пригодна для имитационного моделирования эколого-экономических показателей области, таких как валовый региональный продукт (ВРП), производственные фонды предприятий, а также объем использованной чистой воды и объем повторно использованной воды.

Описание подхода. В основе метода SINDy лежит наблюдение, что многие известные динамические системы содержат сравнительно небольшое число уравнений и неизвестных, при этом описывают исследуемый процесс достаточно подробно для практического применения модели в реальной жизни. Рассматриваются динамические системы вида

$$\frac{dx}{dt}x(t) = f(x(t)).$$

Или в случае дискретного времени

$$x(t+1) = f(x(t)),$$

где x – вектор размерности N . Соответственно

$f(x(t))$ – неизвестные функции, которые и задают динамику системы. Для их нахождения авторы [5] предлагают ограничить вид функций комбинациями конечного числа выражений. Выбор набора функций остается произвольным, однако авторы советуют стремиться к разреженной динамике системы, тестировать наборы функций на тестовой выборке данных, а также руководствоваться уже известными моделями динамических систем в исследуемой области. Выбор оптимального вида $f(x(t))$ из ограниченного набора функций (например, всех полиномов до степени n) производится с помощью линейной регрессии.

Пример расчетов. Планировалось использовать метод SINDy для моделирования потребления водных ресурсов предприятиями и их уровня производства. Анализ был проведен на основе данных Росстата [6]. Аналогично работам [3; 4], в качестве показателей, моделирующих уровень производства предприятий, использовали ВРП и объем основных фондов. Обозначим их q млрд руб. и k млрд руб. соответственно. В качестве функций-кандидатов взяли множество полиномов до четвертого порядка. Предположим, что уровень производства зависит от потребления воды в регионе. Это справедливо, поскольку более 500 предприятий Ростовской области являются зарегистрированными потребителями воды. Обозначим w_1 , млн m^3 – объем использованной свежей воды, а w_2 , млн m^3 – объем повторно использованной воды. Суммарно эти показатели соответствуют всему

объему воды, использованной областью за год.

Поскольку данные [6] предоставлены с шагом в год, построим с помощью SINDy динамическую модель системы с шагом, по времени равным одному году. При этом k и q будем рассматривать как пространственные переменные, а w_1 и w_2 – как управления, которые задают предприятия для изменения показателей k и q . Получим систему вида

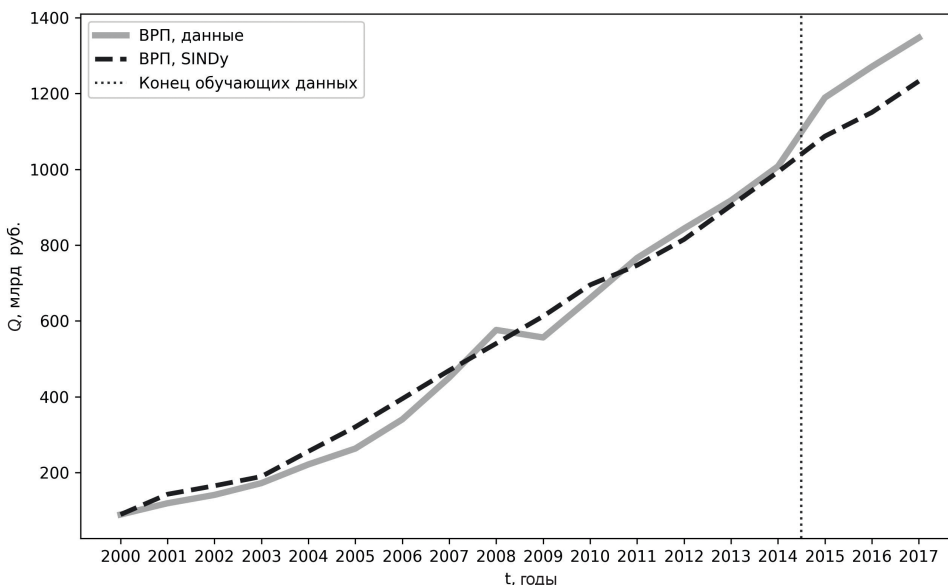


Рис. 1. Сравнение реальных данных валового регионального продукта и предсказаний модели

$$k(t+1) = 0.712 k(t) + 0.596 q(t) - 0.061 w_1(t) + 0.004 w_2(t) + 302.774, \quad (1)$$

$$q(t+1) = 0.363 q(t) + 0.387 k(t) - 0.012 w_1(t) - 0.029 w_2(t) + 39.938. \quad (2)$$

Для демонстрации построим графики данных Росстата и данных, предсказываемых данной моделью. Для построения модели использовались данные с периодом в 14 лет (2000–2014 гг.). Для демонстрации используются данные до 2017 г. На рисунках 1 и 2 приведены данные по ВРП и фондам предприятий. Данные после 2014 г. не использовались в работе алгоритма SINDy. Видно, что предсказания модели соответствуют исходным данным, а также успешно дают предсказания на 3 года вперед.

Тут следует заметить, что модель (1–2) является по сути линейной, хотя в качестве функций-кандидатов рассматривались полиномы до четвертого порядка. Это происходит из-за специфики метода отбора функций, который исключает функции с небольшими коэффициентами, которые мало влияют на решение. Если возможность уменьшить данный порог, что приведет к увеличению точности модели, но и к усложнению ее вида.

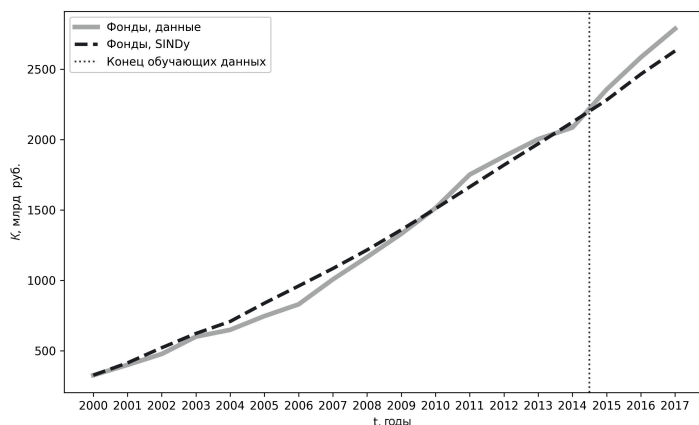


Рис. 2. Сравнение реальных данных производственных фондов и прогнозов модели

Список литературы

1. Пряжинская В.Г. Математические модели управления качеством природных вод // Вестник Томского государственного университета. 2009. Т. 4. № 8. С. 53–64.
2. Smol M., Adam C., Preisner M. Circular economy model framework in the European water and wastewater sector // Journal of Material Cycles and Waste Management. 2017. No. 22. P. 682–697.
3. Решитько М.А., Усов А.Б. Управление потреблением воды предприятиями Ростовской области // Экология. Экономика. Информатика. Сер.: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. 2021. Vol. 1. No. 6. P. 57–62.
4. Решитько М.А., Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Численный метод нахождения равновесий Нэша и Штакельберга в моделях контроля качества речных вод // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 3. С. 653–667.
5. Brunton S.L., Proctor J.L., Kutz J.N. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2016. No. 15. Vol. 113. P. 3932–3937.
6. Регионы России. Социально-экономические показатели. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13204> (дата обращения: 26.06.2023).

Вид (1–2) уже позволяет анализировать зависимости между неизвестными модели. Например, k и q входят в правую часть соответствующих им уравнений с положительными коэффициентами меньше единицы. Это можно интерпретировать как устаревание фондов и инфляцию соответственно. Показатель q представлен в работе (1) с коэффициентом 0,596, который можно интерпретировать как удельную цену произведенной продукции, а само выражение – как прибыль, которая вкладывается в развитие предприятий. Показатель k также участвует в ВРП (2) с коэффициентом 0,387, что можно интерпретировать как вклад производственных возможностей предприятий в производство. Потребление воды w_1 и w_2 входят в уравнение (2) с отрицательным коэффициентом, что можно интерпретировать как удельные расходы на обработку и использование воды в производстве. При этом в уравнение (1) w_1 входит с отрицательным коэффициентом, а w_2 – с положительным. Это можно связать с тем, что рост объема повторного использованной воды стимулирует развитие предприятий, например через субсидии на внедрение зеленых технологий.

Заключение. Полученная модель демонстрирует возможности алгоритма SINDy и может быть использована как основа для построения более сложных моделей потребления воды в регионе. В частности, возможно поставить задачу найти оптимальные величины w_1 и w_2 , максимизирующие прибыль предприятий и с учетом влияния природоохранительных органов, устанавливающих плату за использование воды. Еще одним вектором развития является использование альтернативного набора функций-кандидатов для создания модели.

**MODELING THE CONSUMPTION OF WATER RESOURCES
IN THE ROSTOV REGION USING THE SINDY ALGORITHM**

M.A. Reshitko, A.B. Usov

Southern Federal University, Rostov-on-Don
reshitko@sfedu.ru, abusov@sfedu.ru

Abstract. In the paper, on the example of the Rostov region, the problem of managing water consumption by the region is considered. The Rostov region is characterized by low water availability per capita and is also located in a zone of insufficient moisture, in which more water evaporates per year than precipitation falls. In previous works, two-level models were considered with the administrative and economic influence of the state on water consumption in the regions as the supervisor's control. These models can be used for different regions due to the presence of free coefficients in the models, which are determined from real data in the process of model identification. This approach assumes that the type of models is set by the author based on a deep analysis of real data, as well as generally accepted practices for building models in this area. In this paper, to build a model for the consumption of water resources by the region, a method of building models based on the SINDy algorithm is used. This algorithm makes it possible to obtain an analytical form of the dynamic system under study based only on data on its behavior. To do this, a set of basic functions is selected, the combinations of which are used to construct the dynamics equations of the resulting system. In the work, the SINDy algorithm is used to build a model based on data for the Rostov region, the form of the resulting model is given, as well as examples of calculations.

Keywords: water consumption, environmental and economic management.

References

1. Pryazhinskaya V.G. Mathematical models of natural water quality management. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo universiteta*. [Bulletin of Tomsk State University.]. 2009. Vol. 4. No. 8. (In Russian).
2. Smol M., Adam C., Preisner M. Circular economy model framework in the European water and wastewater sector. *Journal of Material Cycles and Waste Management*. 2017. No. 22. P. 682–697.
3. Reshitko M.A., Usov A.B. Management of water consumption by enterprises of the Rostov region. *Ekologiya. Ekonomika. Informatika. Seriya: sistemnyi analiz i modelirovanie ekonomicheskikh i ekologicheskikh sistem*. [Ecology. Economy. Informatics. Ser.: System analysis and modeling of economic and ecological systems]. 2021. Vol. 1. No. 6. P. 57–62 (In Russian).
4. Reshitko M.A., Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Numerical method for finding Nash and Shtakelberg equilibria in river water quality control models. *Komp'yuternye issledovaniia i modelirovanie*. [Computer Research and Modeling]. 2020. Vol. 12. No. 3. P. 653–667. (In Russian).
5. Brunton S.L., Proctor J.L., Kutz J.N. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2016. No. 15. Vol 113. P. 3932–3937.
6. Regions of Russia. Socio-economic indicators. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13204> (date of application: 26.06.2023).