УДК 519.83 DOI: 10.23885/2500-395X-2023-1-8-34-38

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ВНЕДРЕНИЕМ ИННОВАЦИЙ В ОРГАНИЗАЦИЯХ

Д.Л. Нинидзе, А.Б. Усов

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
davidnin@mail.ru, tol151968@yandex.ru

Аннотация. Внедрение инноваций затрагивает множество областей. Это производство, планирование, закупки, контроль запасов и бухгалтерский учет. Эффективное внедрение инноваций увеличивает доходы всех субъектов организации. Поэтому возникает необходимость в правильном построении математической модели внедрения.

Исследуется двухуровневая иерархическая система управления внедрении инноваций в организациях. В системе есть несколько субъектов управления нижнего уровня (агенты) и один субъект управления верхнего уровня (супервайзер). Предполагается, что все субъекты стремятся максимизировать свои выгоды. Супервайзер управляет внедрением инноваций, а агенты занимаются самим процессом внедрения. Данное исследование продолжает предыдущее, используя принцип максимума Понтрягина – метод исследования задач оптимального управления. Были проведены численные эксперименты на компьютере с процессором AMD Ryzen 5 3550H с оперативной памятью 8 Гб на объектно-ориентированном языке программирования С++, проанализированы результаты, где было использовано значение коэффициента системной согласованности, показывающего насколько необходимо присутствие супервайзера в системе управления и можно ли отказаться от иерархической структуры системы.

Ключевые слова: супервайзер, агент, побуждение, принцип максимума Понтрягина, коэффициент системной согласованности, метод Штакельберга.

Внедрение инноваций затрагивает множество областей, требуя перестройки сложившегося производства, переподготовки работников, капитальных затрат. Для успешной реализации этого процесса необходим сложный подход, одной из составляющих которого является построение и исследование различных моделей управления. Работ, посвященных этой проблеме, недостаточно для выработки эффективной стратегии по внедрению инноваций.

Данная статья продолжает исследования [1–3].

Динамическая модель основана на расчетах работы [4], где рассматривается динамическая модель, в которой принципал пытается побудить одного агента потратить усилия на накопление переменной состояния, влияющей на благополучие обеих сторон.

Математическая модель. Математическая постановка задачи в случае побуждения. Целевые функционалы (ЦФ) супервайзера и n агентов отражают их доходы и имеют следующий вид:

– ЦФ супервайзера (ведущего), основано на [4], целевой функционал (1)

$$J_0(V(t),U(t),s(t))=\int_0^T e^{-pt}\,(x_s(s(t))- \\ -y_s(U(t))-\theta(V(t))dt\to \max_{U(t)}; \tag{1}$$

– ЦФ i-го агента (ведомого), i = 1, 2… n, основано на выводах [5], целевой функционал (2)

$$J_i(V(t),U(t),s(t))=\int_0^T e^{-pt}(x_a(s(t))- \\ -y_a(v_i(t))-q_i(v_i(t))+h_i(v_i(t))dt\to \max_{v_i(t)}. \tag{2}$$

Ограничения на управления агентов и супервайзера при побуждении соответственно имеют вид (i = 1, 2… n)

$$v_{min} \le v_i\,(t) \le v_{max}, \tag{3}$$

$$u_{min} \le u_i\,(t) \le u_{max}, \tag{4}$$

Здесь $v_{min}, v_{max}, u_{min}, u_{max}$ есть известные постоянные.

Динамика системы получена на основе [4] и описывается уравнением

$$ds(t) = [\alpha S_u + S_v - \delta s\,(t)]\,dt;\ s(0) = s_0 \tag{5}$$

Условия устойчивого развития системы имеют вид

$$s\,(t) \le s_{max};\ s_{max} = const. \tag{6}$$

Следовательно, в случае побуждения решается задача (1)–(6).

Проводится определение функций, входящих в выражения (1)–(6), на основе [4–8]. В результате необходимых преобразований целевые функционалы субъектов управления представлены в следующем виде:

– ЦФ супервайзера при побуждении

$$J_0=\int_0^T e^{-pt}\left(\gamma_s\cdot(s(t)-S_u-\sum_{i=1}^n(d_i\cdot v_i(t))\right)dt\to\max_{U(t)} \quad (7)$$

– ЦФ i-го агента, $i = 1, 2\ldots N$

$$J_i=\int_0^T e^{-pt}(\gamma_a\cdot(s(t)-l\cdot v_i^{\lambda}(t)+ + c_i(T_{max}-v_i(t))+h_i(v_i(t))\ dt\to\max_{v_i(t)} \quad (8)$$

Итак, далее исследуется модель (3)–(8).

Принцип максимума Понтрягина. Это метод исследования задач оптимального управления [7].

Аналитическое исследование. Пусть в качестве входных функций агентов (ведомых) используются:

$$\gamma_a\cdot s(t)=\gamma_a s(t),$$
$$l\cdot v_i^{\lambda}(t)=l\cdot v_i^{\lambda}(t),$$
$$c_i\cdot(T_{max}-v_i(t))=c_i\cdot(T_{max}-v_i(t)),$$

$h_i\,(v_i\,(t))=0$ – это означает, что агенты не получают поощрений от супервайзера.

Тогда целевые функционалы агентов (ведомых) задаются в виде:

$$J_i=\left(V(t),s(t)=\int_0^T(\gamma_a\cdot s(t)-l\cdot v_i^{\lambda}(t)+ + c_i(T_{max}-v_i(t))\right)dt\to\max_{v_i(t)} \quad (9)$$

Ограничения управления агентов:

$$0\le v_i(t)\le T_{max}. \quad (10)$$

Отрезок времени функционирования системы

$$t\in[0,T]. \quad (11)$$

Математическая модель объекта управления описывается системой уравнений (5).

1. Построим функцию Гамильтона H. Найдем точки максимума v_i^*. Для этого вычислим первую производную функции H по управлению v_i и приравняем ее к нулю.

$$H\left(v_i(t),s(t),\psi(t)\right)=\gamma_a\cdot s(t)-l\cdot v_i^{\lambda}(t)+ +c_i\cdot\left(T_{max}-v_i(t)\right)+\psi(t)\cdot(\alpha S_u+S_v-\delta s(t)\right), \quad (12)$$

$$v_i^0(t)=\sqrt[\lambda-1]{\frac{\psi(t)-c_i}{\lambda\cdot l}}$$

Далее вычислим вторую производную H и подставим в нее точку v_i^0. Если вторая производная будет строго меньше нуля, то v_i^0 – это точка максимума:

$$\frac{\partial H}{\partial v_i^2}=-\lambda\cdot(\lambda-1)\cdot\left(\frac{\psi(t)-c_i}{\lambda\cdot l}\right)^{1-\frac{1}{\lambda-1}}<0.$$

Следовательно, при $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, $\psi\,(t) > c_i$, $l > 0$ получаем $\frac{\partial H}{\partial v_i^2}<0$.

2. Теперь решим систему:

$$\begin{cases}-\frac{\partial H}{\partial s}=\dot\psi=\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\gamma_a+\delta\cdot\psi\\ \psi(T)=0\end{cases}$$

$$\frac{\partial\psi}{\delta\cdot\psi-\gamma_a}=\partial t$$

$$\psi(t)=\frac{\gamma_a}{\delta}\cdot(1-e^{\delta(t-T+C_1)}) \quad (13)$$

$$\psi(T)=\frac{\gamma_a}{\delta}\cdot(1-e^{o})=0\to C_1=0.$$

Тогда при $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, $l > 0$:

$$v_i^0(t)=\sqrt[\lambda-1]{\frac{\gamma_a}{\lambda\cdot l\cdot\delta}}\cdot(1-e^{\delta(t-T)})-\frac{c_i}{\lambda\cdot l}\cdot \quad (14)$$

3. Теперь решим систему

$$\begin{cases}\dot s=\frac{\partial s}{\partial t}=\left[\alpha S_u+N\cdot\left(\sqrt[\lambda-1]{\frac{\gamma_a}{\lambda\cdot l\cdot\delta}\cdot(1-e^{\delta(t-T)})-\frac{c_i}{\lambda\cdot l}}\right)-\delta s(t)\right].\\ s(0)=s_0\end{cases} \quad (15)$$

Решение представим в виде $s(t) = C(t)\cdot e^{-\delta t}$.

$$\dot C(t)\cdot e^{-\delta t}-\delta\cdot C(t)\cdot e^{-\delta t}=\alpha S_u+N\cdot \cdot\left(\sqrt[\lambda-1]{\frac{\gamma_a}{\lambda\cdot l\cdot\delta}}\cdot(1-e^{\delta(t-T)})-\frac{c_i}{\lambda\cdot l}\right)-\delta\cdot C(t)\cdot e^{-\delta t}.$$

Пусть $\lambda = 2$, чтобы вычислить интеграл. Тогда

$$v_i^0(t)=\frac{\gamma_a}{2\cdot l\cdot\delta}\cdot\left(1-e^{\delta(t-T)}\right)-\frac{c_i}{2\cdot l};$$

$$C(t)=\left(\frac{\alpha\cdot S_u}{\delta}-\frac{N\cdot c_i}{2\cdot\delta\cdot l}\right)\cdot\left(e^{\delta T}-e^{\delta t}\right)+ +\left(\frac{N\cdot\gamma_a}{4\cdot l\cdot\delta^2}\cdot(e^{\delta T}-2e^{\delta t}+e^{\delta(2t-T)})\right)+C_2;$$

$$s(0)=C(0)=s_0\to C_2==s_0-\left(\frac{\alpha\cdot S_u}{\delta}-\frac{N\cdot c_i}{2\cdot\delta\cdot l}\right)\times \times\left(e^{\delta T}-1\right)-\frac{N\cdot\gamma_a}{4\cdot l\cdot\delta^2}\cdot\left(e^{\delta T}-2+e^{-\delta T}\right).$$

Тогда решение будет иметь следующий вид при $l > 0$:

$$s^0(t) = s_0 \cdot e^{-\delta t} + \left(\frac{\alpha \cdot S_u}{\delta} - \frac{N \cdot c_i}{2 \cdot \delta \cdot l}\right) \cdot \left(e^{-\delta t} - 1\right) + \\ + \frac{N \cdot \gamma_a}{4 \cdot l \cdot \delta^2} \cdot \left(2(e^{-\delta t} - 1) + e^{\delta(t-T)} - e^{\delta(t+T)}\right). \quad (16)$$

При условии отрицательности второй производной $\frac{\partial H}{\partial v_i^2}$ и удовлетворения условия (3), найденная точка является точкой максимума целевой функции i-го агента. Тогда

$$v^*(t) = \begin{cases} v_{min}, & если \quad v^0(t) < v_{min} \\ v^0(t), & если \quad v_{min} \le v^0(t) \le v_{max} \\ v_{max}, & если \quad v^0(t) > v_{max} \end{cases}.$$

Численное решение. Численное решение проводились при помощи неявного метода (метод Ньютона). Для определения значений параметров использовалась экспертная оценка. Тестовые значения параметров модели приведены в таблице 1.

Численные эксперименты проводились в случае входных данных (табл. 1) и $n = 2$; $T_{max} = 16$ ч, $v_{min} = 0$ ч, $v_{max} = 16$ ч, $u_{min} = 2000$ руб., $u_{max} = 6000$ руб., d_{ij} – это поощрение i-го агента супервайзером на j-ом отрезке функционирования системы.

Было проведено порядка 100 численных экспериментов, при этом варьировались величины γ_s, γ_a, c_1, c_2, d_{11}, d_{12}, d_{21}, d_{22}, l, λ, α, δ.

Входные параметры приведены в таблице 2.

Результаты экспериментов показаны в таблицах 3, 4. Здесь номер примера (первый столбец) соответствует номеру примера из таблицы 2.

Таблица 1. **Тестовые значения параметров модели**

Параметр	γ_s	γ_a	c_1	c_2	d_{11}	d_{12}	d_{21}	d_{22}	l	λ	α	δ
Значение	10	5	400	500	300	600	600	200	25	0,5	2	2
Размерность	–	–	руб./час	руб./час	руб./час	руб./час	руб./час	руб./час	–	–	–	–

Таблица 2. **Входные параметры численных экспериментов**

№	γ_s	γ_a	c_1	c_2	d_{11}	d_{12}	d_{21}	d_{22}	l	λ	α	δ
1	10	5	400	500	300	600	600	200	25	1.5	2	2
2	14	5	400	500	300	600	600	200	25	0.5	2	2
3	10	5	400	0	300	600	600	200	25	0.5	2	2
4	10	5	400	500	300	600	600	200	25	0.5	3	2
5	10	5	400	500	300	600	600	200	25	0.5	2	11

Таблица 3. **Результаты численных экспериментов с помощью принципа максимума Понтрягина**

№	J_0 ***(руб.)***	***K***
1	88 180	0,91
2	130 268	0,92
3	83 380	0,86
4	141 441	0,93
5	745	0,06

Таблица 4. **Результаты численных экспериментов при помощи метода Штакельберга без обратной связи по управлению**

№	J_0 ***(руб.)***	***K***
1	88 180	0,91
2	130 268	0,92
3	83 380	0,86
4	141 441	0,93
5	745	0,06

Анализ данных, приведенных в таблицах 3, 4, дает следующие результаты:

– найдено оптимальное управление для субъектов управления;

– выигрыши субъектов управления и коэффициент системной согласованности при помощи метода максимума Понтрягина и игры Штакельберга без обратной связи по управлению в случае побуждения одинаковы.

Заключение. Далее планируется рассмотреть динамические модели использования программно-аппаратного обеспечения (ПАО) при внедрении инноваций при помощи метода качественно-репрезентативных сценариев (КРС).

Список литературы

1. *Нинидзе Д.Л., Усов А.Б.* Согласования частных и общественных интересов при внедрении инноваций в случае нескольких агентов // Инженерный вестник Дона: сетевое издание. 2020. № 5. URL: http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6443 (дата обращения: 15.08.2023).

2. *Нинидзе Д.Л., Усов А.Б.* Итеративный вариант метода качественно-репрезентативных сценариев имитационного моделирования // Инженерный вестник Дона: сетевое издание. 2021. № 12: URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7359.

3. *Нинидзе Д.Л., Усов А.Б.* Управление внедрением инноваций: случаи побуждения и принуждения // Экология. Экономика. Информатика. Серия: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. Вып. 6. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН, 2021. 302 с.

4. *Ngo Van Long,* Gerhard Sorger. A dynamic principal-agent problem as a feedback Stackelberg differential game // CSIE Working Papers (WP) – Center for Studies in European Integration Academy of Economic Studies Of Moldova. 2009. Vol. 18. No. 4. P. 491–509.

5. *Klein, K.J., Conn, A.B., & Sorra, J.S.* Implementing computerized technology. An organizational analysis // Journal of Applied Psychology. 2001. Vol. 86. No. 5. P. 811–824.

6. *Ведякова А.О., Милованович Е.В., Слита О.В., Тертычный-Даури В.Ю.* Методы теории оптимального управления: учеб. пос. СПб.: Университет ИТМО, 2021. 219 с.

7. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Vol. 8. No. 4. P. 673–684.

8. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Динамические модели согласования частных и общественных интересов при продвижении инноваций // Математическая теория игр и её приложения. 2019. Vol. 11. No. 1. P. 96–114.

DYNAMIC MODEL OF INNOVATION IMPLEMENTATION MANAGEMENT IN ORGANIZATIONS

D.L. Ninidze, A.B. Usov

Southern Federal University, Rostov-on-Don
davidnin@mail.ru, tol151968@yandex.ru

Abstract: The introduction of innovations affects many areas. These are production, planning, procurement, inventory control and accounting. Effective implementation of innovations increases the income of all subjects of the organization. Therefore, there is a need for the correct construction of a mathematical model of implementation. The two-level hierarchical management system of innovation implementation in organizations is investigated. The system has several lower-level management entities (agents) and one upper-level management entity (supervisor). It is assumed that all actors strive to maximize their benefits.

The supervisor manages the implementation of innovations, and the agents are engaged in the implementation process itself. This study continues the previous one, using the Pontryagin maximum principle - this is a method for studying optimal control problems. Numerical experiments were conducted on a computer with an AMD Ryzen 5 3550 H processor with 8 GB RAM in the object-oriented C++ programming language, the results were analyzed, where the value of the system consistency coefficient was used, showing how necessary the presence of a supervisor in the control system is and whether it is possible to abandon the hierarchical structure of the system.

Keywords: supervisor, agent, motivation, Pontryagin maximum principle, system consistency coefficient, Stackelberg method.

References

1. *Ninidze D.L., Usov A.B.* Coordination of private and public interests in the implementation of innovations in the case of multiple agents. *Inzhenernyi vestnik Dona: setevoe izdanie*. [Engineering Bulletin of the Don: online edition]. 2020. No. 5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6443 (In Russian).

2. *Ninidze D.L., Usov A.B.* The iterative version of the method of qualitatively representative simulation scenarios. *Inzhenernyj vestnik Dona: setevoe izdanie.* [Engineering Bulletin of the Don: online edition]. 2021. No. 12: URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2021/7359 (In Russian).

3. *Ninidze D.L., Usov A.B.* Innovation management: cases of motivation and compulsion. *Ekologiia. Ekonomika. Informatika. Seriia: Sistemnyi analiz i modelirovanie ekonomicheskikh i ekologicheskikh sistem.* [Ecology. Economy. Computer science. Series: System analysis and modeling of economic and ecological systems]. Iss. 6. Rostov-on-Don: SSC Publ., 2021. 302 p. (In Russian).

4. *Ngo Van Long, Gerhard Sorger.* A dynamic principal-agent problem as a feedback Stackelberg differential game. CSIE Working Papers (WP) – Center for Studies in European Integration Academy of Economic Studies of Moldova. 2009. Vol. 18. No. 4. P. 491–509 (In English).

5. *Klein, K.J., Conn, A.B., Sorra, J.S.* Implementing computerized technology. An organizational analysis. *Journal of Applied Psychology.* 2001. Vol. 86. No. 5. P. 811–824 (In English).

6. *Vedyakova A.O., Milovanovich E.V., Slita O.V., Tertychnyj-Dauri V.Yu. Metody teorii optimal'nogo upravleniia.* [Methods of optimal control theory. Study guide]. St. Petersburg: ITMO University, 2021. 219 p. (In Russian).

7. *Ougol'nickij G.A., Usov A.B.* Game-theoretic model of coordination of interests in the innovative development of the corporation. *Komp'iuternye issledovaniia i modelirovanie.* [Computer research and modeling]. 2016. Vol. 8. No. 4. P. 673–684. (In Russian).

8. *Ougol'nickij G.A., Usov A.B.* Dynamic models of reconciliation of private and public interests in the promotion of innovation. *Matematicheskaia teoriia igr i ee prilozheniia.* [Mathematical game theory and its applications]. 2019. Vol. 11. No. 1. P. 96–114. (In Russian).